

Feuille d'exercices n° 93^{ème} Math

(Dénombrements-probabilités)

Mr: Bouhouch Ameer

Exercice n°1:Soit n un entier naturel non nul.1) Soit $f(x)=(1+x)^n$; $x \in \mathbb{R}$ Utiliser la formule de binôme de Newton pour développer $(1+x)^n$.

2) En déduire les sommes suivantes:

$$S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n \text{ et } S' = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$$

3) En calculant $f'(x)$ de deux manières. Déduire la valeur de :

$$U_n = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n$$

Exercice n°2:

Dans une foire, une publicité annonce: "Un billet sur deux est gagnant, achetez deux billets!".

Dans cet exercice, On suppose qu'effectivement sur le nombre de billet en vente, exactement un billet sur deux est gagnant. Ahmed est le premier acheteur de la journée.

1) Un jour, cent billets sont mis en vente. Ahmed en achète deux.

Calculer la probabilité qu'il ait au moins un billet gagnant.

2) Un autre jour, $2n$ billets sont mis en vente ($n \in \mathbb{N}^*$). Ahmed achète 2 billets.

a) Montrer que la probabilité que Ahmed achète au moins un billet gagnant

$$\text{est égale à } p_n = \frac{3n-1}{4n-2}.$$

b) Calculer p_1 et expliquer le résultat.**Exercice n°3:**On jette deux fois de suite un dé cubique non truqué dont les faces sont numérotés de 1 à 6. On note (a,b) le couple de numéro obtenu.

1) Calculer la probabilité d'avoir un couple de numéros impairs.

2) Calculer la probabilité d'avoir une somme supérieure à 6.

3) Soit $X=|a-b|$ et on désigne par E l'ensemble des valeurs prises par X .a) Déterminer l'ensemble E .b) Pour tout $k \in E$; calculer $p(X=k)$.**Exercice n°4:**

Une urne contient 12 boules blanches et 2 boules vertes tous indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard trois boules.

1) Quelle est la probabilité d'avoir deux boules vertes.

2) Quelle est la probabilité d'avoir au moins une boule verte.

3) Combien de boules faut-il tirer au minimum, pour que la probabilité d'avoir

au moins une boule verte soit supérieure à $\frac{2}{3}$.Voir suite au verso \Rightarrow

Exercice n°5:

Une urne contient dix boules indiscernables au toucher : six boules blanches numérotées 0,0,1,1,2,2 et quatre boules noires numérotées 0,1,1,2.

Une expérience consiste à tirer au hasard et simultanément trois boules de l'urne. On considère les événements suivants:

A: "avoir trois boules de mêmes numéros"

B: "avoir une somme égale à 3"

S: "avoir un produit nul"

1) Calculer la probabilité des événements A et B.

2) Montrer que $p(S) = \frac{17}{24}$

3) On effectue maintenant, des tirages successifs et sans remise d'une boule de l'urne et on s'arrête dès qu'on obtient une boule de numéro 1.

Calculer la probabilité qu'on s'arrête au troisième tirage.

Exercice n°6:

On considère trois urnes U_1 , U_2 et U_3 qui contiennent respectivement :

U_1 : 2 boules rouges, 3 boules blanches et 5 boules vertes.

U_2 : 4 boules rouges et 5 boules vertes.

U_3 : 3 boules blanches et 6 boules vertes.

On suppose que tous les boules sont indiscernables au toucher.

On tire une boule de l'urne U_1 , on la met dans l'urne U_2 puis on tire une boule de U_2 que l'on met dans l'urne U_3 et enfin on tire une boule de U_3 que l'on met dans U_1 .

1) Calculer la probabilité pour que l'urne U_1 reste inchangée.

2) Calculer la probabilité pour que les trois urnes reviennent à l'état initial.

Exercice n°7:

Le jeune Eric, trois ans, s'amuse à taper sur les touches du minitel, il frappe au hasard sur une touche du clavier, chaque touche ayant la même probabilité d'être frappée. Ce clavier comporte 57 touches dont 26 représentent les 26 lettres de l'alphabet français.

1) Quelle est la probabilité pour qu'il frappe une lettre ?

2) Quelle est la probabilité pour qu'il frappe une lettre de son prénom ?

3) Eric frappe successivement 4 touches, distinctes ou non.

Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :

a) Eric frappe son prénom.

b) Eric frappe les 4 lettres de son prénom.

c) Eric frappe 4 touches différentes.